TEORIA ELECTROMAGNETICA 1
2011 – POSTGRADO

27.
Utilice las mismas aproximaciones usadas en la dispersión múltiple elástica por átomos muestre que el desplazamiento transversal proyectado (eje y en los ejes usados en clase) de una partícula incidente tiene aproximadamente una distribución gaussiana $P(y)\, dy = A \exp(- y^2 / 2 \langle y^2\rangle)\, dy$ donde $\langle y^2\rangle = (x^2/6) \langle\Theta^2\rangle$, siendo x el espesor de material atravesado y $\langle\Theta^2\rangle$ la media cuadrática del ángulo de dispersión.

28.
a. Deduzca la expresión covariante del tensor de campo electromagnético $F^{\alpha\beta}$.
b. Muestre que la pérdida de energía por revolución en un sincrotrón, expresada en MeV, es $\delta E = 8.85\times10^{-12}\, E^4/R$, donde R se expresa en metros y E en GeV.
c. Deduzca la fórmula de Lienard directamente de $dP(t')/d\Omega$.
d. Use los campos de Lienard-Wiechert para discutir la potencia media radiada por unidad de ángulo sólido en el movimiento no relativista de una partícula de carga q moviéndose:
d1. en el eje z con ley horaria $z(t)=a \cos wt$
d2. en un círculo de radio R del plano x-y con velocidad angular constante w_0.
En cada caso haga un esquema de la distribución angular de la radiación y determine la potencia total radiada en cada caso en un ciclo.
e. Muestre, para un movimiento circular, y a partir de $dP(t')/d\Omega$, que $P(t') = 2/3\ e^2a^2 / c^3\ \gamma^4$.

29.
Una partícula de carga e se mueve a velocidad constante $\boldsymbol{\beta}c$ para $t<0$.En un breve intervalo $0 < t < \Delta t$ la velocidad no cambia de dirección pero la rapidez decrece a cero linealmente. Para $t > \Delta t$ la partícula permanece en reposo.
a. Muestre que la radiación emitida por unidad de ángulo sólido es

$$\frac{dE}{d\Omega}=\frac{e^2\beta^2}{16\pi c\Delta t}\frac{(2-\beta\cos\theta)[1+(1-\beta\cos\theta)^2]sen^2\theta}{(1-\beta\cos\theta)^4}$$

siendo θ el ángulo polar relativo a la dirección de la velocidad inicial.
b. En el límite $\gamma>>1$ muestre que la distribución angular se puede expresar como

$$\frac{dE}{d\xi}\simeq\frac{e^2\beta^2\gamma^4}{c\Delta t}\frac{\xi}{(1+\xi)^4}$$

siendo $\xi = (\gamma\theta)^2$. Muestre que $\langle\theta^2\rangle^{1/2} \approx 2^{1/2} / \gamma$ y que la expresión de la energía total radiada coincide con lo que se obtiene de la fórmula de Leinard en el mismo límite.

30.
Una partícula de carga e tiene un movimiento armónico simple $z(t')= a \cos w_0 t'$
a. Muestre uqe la potencia instantanea radiada por unidad de ángulo sólido es

$$\frac{dP(t')}{d\Omega}=\frac{e^2c\beta^4}{4\pi a^2}\frac{\sin^2\theta\cos^2(\omega_0t')}{(1+\beta\cos\theta\, sen\, w_0t')^5}$$

b. Calcule el promedio temporal y muestre que es

$$\frac{dP}{d\Omega}=\frac{e^2 c\beta^4}{32\pi a^2}\frac{4+\beta^2\cos^2\theta}{(1-\beta^2\cos^2\theta)^{7/2}}\sin^2\theta$$

31.
El principio de correspondencia de Bohr establece que en el límite de grandes números cuánticos la potencia clásica radiada es igual al producto del cuanto de energía $\hbar\omega$ en la transición dividido por la vida media de la transición de número cuántico n a (n-1).
a. En el caso no relativista muestre que en átomos hidrogenoides la probabilidad de transición (inverso de la vida media) por unidad de tiempo para una transición en una órbita circular de número cuántico principal n a (n-1) está dado clásicamente por la expresión

$$\frac{1}{\tau}=\frac{2}{3}\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^4\frac{mc^2}{\hbar}\frac{1}{n^5}$$

b. Para hidrógeno compare el valor clásico con el valor predecido por la mecánica cuántica para las vidas medias de las transiciones 2p $\rightarrow$ 1s (1.6×10^{-9} s), 4f $\rightarrow$ 3d (7.3×10^{-8} s), 6h $\rightarrow$ 5g (6.1×10^{-7} s).

32.
a. En las aproximaciones hechas en clase muestre que para una partícula relativista que se mueve en una trayectoria de radio de curvatura instantáneo ρ, el espectro en frecuencia y ángulo de la radiaciones con helicidades positiva y negativa es

$$\frac{d^2 I_\pm}{d\omega\, d\Omega}=\frac{e^2}{6\pi^2 c}\left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^2\left(1/\gamma^2+\theta^2\right)^2\left|K_{2/3}(\xi)\pm\frac{\theta}{\left(1/\gamma^2+\theta^2\right)^{1/2}}K_{1/3}(\xi)\right|^2$$

b. De lo visto en clase y la parte a. discuta la polarización de la radiación totalemitida como función de la frecuencia y ángulo. En particular determine el estado de polarización en 1. altas frecuencias $w > w_c$ para todos los ángulos 2. frecuencias intermedias y bajas para ángulos grandes 3. idem a pequeños ángulos.

33.
a. Calcule $<\theta^2>^{1/2}$ para la radiación de frenado en la hipótesis relativista con $\Delta\boldsymbol{\beta} \perp \boldsymbol{\beta}$.
b. Muestre que para la radiación de frenado en bajas frecuencias y pequeños cambios de velocidades ($|\Delta\boldsymbol{\beta}| << |\boldsymbol{\beta}|$) ambos términos de la fórmula vista en clase contribuyen si $|\Delta\boldsymbol{\beta}|/|\boldsymbol{\beta}| < 2/\gamma$. Si esta condición no se cumple calcule dI/dw y muestre que el término principal el logaritmico.