TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA 3
2015 – POSTGRADO

11.
Considere la reflexión de una onda monocromática en un espejo en movimiento. Considere incidencia normal en un espejo en el plano x-y que se mueve con velocidad **v** = v **z** y una onda $\mathbf{E}_0 = \mathbf{x}\, E_0 \exp[i(kz-wt)]$.
a. Trabaje en el sistema de referencia del espejo y deduzca la frecuencia, vector de onda y campo eléctrico reflejado.
b. Idem pero siempre trabajando en el sistema del laboratorio.

12.
En astronomía se utilizan espejos de mercurio líquido rotantes. Considere una onda plana monocromática incidente en un ángulo arbitrario en el espejo, y que el espejo localmente es plano y se mueve con velocidad v en el punto de reflexión. Muestre que en el sistema del laboratorio la radiación reflejada no tiene corrimiento Doppler en su longitud de onda ni aberración Doppler en su ángulo de reflexión.

13.
Considere una onda con una relación de dispersión w(**k**).
a. Muestre que la velocidad de grupo u = ∇_k w trasforma como la velocidad de una partícula ante transformaciones de Lorentz.
b. Muestre que por transformaciones de Lorentz la velocidad de fase $\mathbf{u}_p = w/k\ \mathbf{k}/k$ transforma como la velocidad cuando w=c|**k**|.

14.
a. Considere una esfera dieléctrica pequeña en presencia de una onda plana. Calcule los momentos dipolares inducidos.

b. Idem para una esfera conductora.

15.
a. Muestre que para una polarización inicial arbitraria, la sección eficaz de difusión de una esfera conductora perfecta de radio a, sumada en las polarizaciones finales, está dada en el límite de grandes longitudes de onda por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\boldsymbol{\epsilon}_0, \mathbf{n}_0, \mathbf{n}) = k^4 a^6 \left[\frac{5}{4} - |\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{n}|^2 - \frac{1}{4}|\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}_0 \times \boldsymbol{\epsilon}_0)|^2 - \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}\right]$$

donde $\mathbf{n_0}$ y **n** son las direcciones de las radiaciones incidentes y difundidas respectivamente y $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ es el vector polarización de la radiación incidente. ($\boldsymbol{\varepsilon}_0^* \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0 = 1$; $\mathbf{n_0} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_0 = 0$).

b. Si la radiación incidente es linealmente polarizada, muestre que la sección eficaz es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\boldsymbol{\epsilon}_0, \mathbf{n}_0, \mathbf{n}) = k^4 a^6 \left[\frac{5}{8}(1 + \cos^2\theta) - \cos\theta - \frac{3}{8}\sin^2\theta \cos 2\phi\right]$$

donde $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0 = \cos\theta$ y el ángulo azimutal Φ está medido desde la dirección de la polarización lineal.

c. ¿Cuál es el cociente de las intensidades difundidas en $\theta = \pi/2$, $\Phi = 0$ y en $\theta = \pi/2$, $\Phi = \pi/2$? Explique físicamente en términos de los multipolos inducidos y sus distribuciones de radiación.

16.
Una esfera conductora perfecta de radio a dispersa radiación electromagnética que incide con polarización elíptica descrita por un vector de polarización

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}(\boldsymbol{\epsilon}_+ + re^{i\alpha}\boldsymbol{\epsilon}_-)$$

Generalice la expresión de la amplitud para la dispersión que conduce a la sección eficaz vista en clase para este caso (observe que r = 0 y r = ∞ corresponden a polarizaciones circulares). Calcule la sección eficaz en la aproximación de Rayleigh y muestre que es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = k^4a^6\left[\frac{5}{8}(1+\cos^2\theta) - \cos\theta - \frac{3}{4}\left(\frac{r}{1+r^2}\right)\sin^2\theta\cos(2\phi-\alpha)\right]$$

Compare con el problema anterior.

17.
Considere la dispersión por una esfera dieléctrica uniforme de radio a con una constante dieléctrica relativa muy cercana a la unidad. Muestre que para ka>>1 la sección eficaz tiene un pico en direcciones hacia adelante y que la sección eficaz total es aproximadamente

$$\sigma \simeq \frac{\pi}{2}(ka)^2|\epsilon_r - 1|^2a^2$$

18.
Una onda plana monocromática, polarizada linealmente incide sobre una esfera pequeña conductora. Encuentre el ángulo que forman los vectores de onda incidente y dispersado para el cual el campo eléctrico de radiación inducido en la esfera es paralelo al campo eléctrico incidente.

19.
a. Obtenga la expresión, en la aproximación de Born, para la sección eficaz de difusión por una esfera de radio R no dispersiva, de susceptibilidad χ y grafique para un haz incidente no polarizado con $k_0 R = 15/2$.
b. Idem para un cubo dieléctrico de volumen a^3 en el que dos aristas del mismo son paralelas a la dirección de incidencia y al campo eléctrico.
c. Cuando ka>>1 muestre que la dispersión es dominada por la dirección hacia adelante y que $\sigma_{Born} \approx \frac{1}{4} k^2 a^4 \chi^2$.
d. La dispersión débil asumida en la aproximación de Born implica para los campos que $|\mathbf{E}_{rad}|/|\mathbf{E}_0| << 1$ para todo $\mathbf{q}$ aun cuando $r \approx a$. Deduzca entonces que el resultado de c. cuando ka>>1 es válido únicamente cuando $\sigma_{Born} << a^2 \chi$.