TEORIA ELECTROMAGNETICA 3
2011 – POSTGRADO

15.

Tres cargas están localizadas en el eje z, una carga +2q en el origen y dos cargas - q en z = ± a cos wt. Determine los momentos multipolares de menor orden, la distribución angular de radiación y la potencia total radiada. Asuma ka << 1.

16.

Una superficie aproximadamente esférica dada por

$$R(\theta) = R_0[1 + \beta P_2(\cos\theta)]$$

tiene en su interior una densidad unifrome de carga total Q. El parámetro β es pequeño y varía armónicamente con frecuencia w. Esto describe ondas de superficie en la esfera.

a. En la aproximación de grandes longitudes de onda y a menor orden en β calcule los momentos multipolares no nulos, la distribución angular de radiación y la potencia total radiada

b. Si la densidad uniforme de carga es sustituida por una densidad uniforme de magnetización intrínseca paralela al eje z y con un momento magnético total M, repita los cálculos de la parte anterior.

17.

Deduzca la fórmula vectorial de Kirchhoff, usada en clase para demostrar el teorema óptico. (lea sección 10.6 JACKSON).

18.

a. Muestre que i) $\mathbf{L} \times \mathbf{L} = i\,\mathbf{L}$ ii) $\mathbf{L}\, Y_{lm} \cdot \mathbf{r} = 0$ y $\mathbf{L} \cdot \mathbf{r} = 0$, $\mathbf{r} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{0}$ iii) $\mathbf{X}_{lm}$ son ortogonales

b. Para una superposición de multipoles eléctricos correspondientes al mismo ℓ el momento angular, en la zona de radiación, en una cáscara esférica dM_i/dr, con i= x, y (en clase vimos i=z).

19.

a. Muestre que para una polarización inicial arbitraria, la sección eficaz de difusión de una esfera conductora perfecta de radio a, sumada en las polarizaciones finales, está dada en el límite de grandes longitudes de onda por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\boldsymbol{\epsilon}_0, \mathbf{n}_0, \mathbf{n}) = k^4 a^6 \left[\frac{5}{4} - |\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{n}|^2 - \frac{1}{4}|\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}_0 \times \boldsymbol{\epsilon}_0)|^2 - \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}\right]$$

donde $\mathbf{n_0}$ y $\mathbf{n}$ son las direcciones de las radiaciones incidentes y difundidas respectivamente y $\boldsymbol{\epsilon}_0$ es el vector polarización de la radiación incidente. ($\boldsymbol{\epsilon}_0^* \cdot \boldsymbol{\epsilon}_0 = 1$; $\mathbf{n_0} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_0 = 0$).

b. Si la radiación incidente es linealmente polarizada, muestre que la sección eficaz es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\boldsymbol{\epsilon}_0, \mathbf{n}_0, \mathbf{n}) = k^4 a^6 \left[\frac{5}{8}(1 + \cos^2\theta) - \cos\theta - \frac{3}{8}\sin^2\theta \cos 2\phi\right]$$

donde $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0 = \cos\theta$ y el ángulo azimutal Φ está medido desde la dirección de la polarización lineal.

c. ¿Cuál es el cociente de las intensidades difundidas en $\theta = \pi/2$, $\Phi = 0$ y el $\theta = \pi/2$, $\Phi = \pi/2$? Explique físicamente en términos de los multipolos inducidos y sus distribuciones de radiación.

20.

Calcule la sección eficaz de Rutherford en el caso clásico.