

Ej 14. parte b

La amplitud de difusión está definida por

$$\vec{E}_d = \frac{e^{ikr}}{r} \vec{F}(\vec{k}, \vec{k}_0)$$

Y para un dipolo magnético

$$\vec{E} = -\frac{Z_0}{4\pi} k^2 \left(\frac{\vec{r}}{r} \times \vec{m} \right) \frac{e^{ikr}}{r}$$

Y el campo magnético es

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \left(\vec{E} \times \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

De donde la amplitud de difusión para un dipolo magnético es

$$\vec{F}(\vec{k}, \vec{k}_0) = \vec{E} \frac{r}{e^{ikr}} = -\frac{Z_0}{4\pi} k^2 \left(\frac{\vec{r}}{r} \times \vec{m} \right)$$

De la parte a) el momento magnético es:

$$\vec{m} = \frac{i4\pi\sigma Z_0}{k\mu_0} (kR)^2 \frac{R^3}{30} \vec{B}_i$$

Consideramos el vector de onda incidente en la dirección z, el C.E. en la dirección x (que es la dirección del vector de polarización), y entonces el C.M. incidente está en la dirección y (y tiene módulo E/c)

El teorema óptico dice

$$\sigma = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(\vec{E}_0 \cdot \vec{F}(\vec{k}_0, \vec{k}_0))$$

Sustituyendo:

$$\vec{F}(\vec{k}_0, \vec{k}_0) = \vec{E} \frac{r}{e^{ikr}} = -\frac{Z_0}{4\pi} k^2 (\vec{z} \times \vec{m}) = \frac{Z_0}{4\pi} k^2 m \vec{x}$$

Entonces

$$\sigma = \frac{4\pi}{k} \frac{m}{i} \frac{Z_0}{4\pi} k^2 = \frac{m}{i} k Z_0$$

Ya que m es imaginario puro, y este es el resultado buscado.