TEORIA ELECTROMAGNETICA - 1
2015 – POSTGRADO

1.
Demuestre:
a. la traza de un tensor de rango 2 es invariante ante rotaciones,
b. ídem la suma de los elementos al cuadrado de un tensor de rango 2,
c. si S y T son tensores de rango 2, entonces $\Sigma_{ij} S_{ij}T_{ij}$ es invariante ante rotaciones,
d. que los tensores δ y ε son invariantes ante rotaciones.

2.
a. Verifique que $g^{\mu\upsilon}$ es un tensor invariante de orden 2 y escriba la transformación de Lorentz (TL) inversa $(\Lambda^{-1})^{\alpha}{}_{\beta}$ en función de $\Lambda^{\alpha}{}_{\beta}$.
b. Demuestre que $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}$ es invariante ante transformaciones de Lorentz y es un pseudotensor. Calcule $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}\,\varepsilon_{\alpha\beta\eta\zeta}$, $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}\,\varepsilon_{\alpha\beta\eta\delta}$, $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}\,\varepsilon_{\alpha\beta\mu\delta}$, $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}\,\varepsilon_{\alpha\nu\mu\delta}$, $\varepsilon^{\alpha\beta\eta\zeta}\,\varepsilon_{\nu\lambda\mu\delta}$.
c. Deduzca las ecuaciones de transformación de los campos eléctrico y magnético para un “boost” en dirección arbitraria $\boldsymbol{\beta}$.
d. Muestre que un "boost" puede escribirse como $\exp(-\xi\, \boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{K}/\beta) = \mathbf{I} - \mathrm{sh}\,\xi\, \boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{K}/\beta + (\mathrm{ch}\,\xi - 1)(\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{K}/\beta)^2$.

3.
Verifique que:
a. si **E** y **B** son perpendiculares en un referencial entonces lo serán en cualquier referencial inercial.
b. $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$ y $\mathbf{E}\cdot\mathbf{B}$ son invariantes ante TL,
c. dados campos tales que $\mathbf{E}\cdot\mathbf{B} = 0$ y $|\mathbf{E}| < |\mathbf{B}|$, existe un referencial, cuya velocidad se calculará, en el que $\mathbf{E} = \mathbf{0}$.

4.
En un sistema de referencia un campo eléctrico estático y uniforme E_0 es paralelo al eje x y una inducción magnética $B_0 = 2E_0$ de iguales propiedades está en el plano x-y y forma un ángulo θ con el eje x. Determine la velocidad de un sistema de referencia en el cual los campos son paralelos. Escriba los campos en este referencial para $\theta \ll 1$ y $\theta \to \pi/2$.

5.
Considere los tensores de campo F y $\mathcal{F}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}F_{\gamma\delta}$.
a. Calcule las cantidades F^2 (escalar), $F\cdot\mathcal{F}$ (pseudoescalar) y $\mathcal{F}\cdot\mathcal{F}$ (escalar).
b. Muestre que un tensor antisimétrico de rango 2 define un vector polar y otro axial dados por las componentes $p^i = A^{0i}$, $a^1 = A^{32}$, $a^2 = A^{13}$, $a^3 = A^{21}$ de forma que simbólicamente se puede escribir $A = (\mathbf{p},\mathbf{a})$.