

TEORÍA ELECTROMAGÉTICA  
POSTGRADO – 2015  
PARCIAL 3 – 1 diciembre

---

1.

Considere una partícula de masa  $m$ , carga  $q$ , con aceleración  $\mathbf{a}$ . Muestre, a partir de la integración directa de la fórmula de la potencia  $dP'/d\Omega$  emitida por la partícula, la fórmula de Liénard:

a. obtenga primero que 
$$P' = \frac{dU_{EM}}{dt'} = \frac{q^2}{16\pi^2 c^3 \epsilon_0} \{ \vec{a}^2 I + 2(\vec{\beta} \cdot \vec{a}) a_i J_i - (1 - \beta^2) a_i a_j K_{ij} \}$$

en donde la suma en índices (de 1 a 3) es implícita, siendo

$$I = \int d\Omega \frac{1}{(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^3}; \quad J_i = \int d\Omega \frac{n_i}{(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^4}; \quad K_{ij} = \int d\Omega \frac{n_i n_j}{(1 - \vec{n} \cdot \vec{\beta})^5}$$

b. Calcule  $I$  y muestre que  $J_i = \frac{1}{3} \frac{\partial I}{\partial \beta_i}; \quad K_{ij} = \frac{1}{4} \frac{\partial J_i}{\partial \beta_j}$

c. Usando a. y b. demuestre que 
$$P' = \frac{2}{3} \frac{\gamma^6}{c^3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \{ \vec{a}^2 - |\vec{a} \times \vec{\beta}|^2 \}$$

d. Para partículas en movimiento circular uniforme, calcule  $P'$  en función de  $\gamma$ .

---

2.

Asumiendo que el operador  $\mathbf{L}$  es hermítico muestre que:

a.  $\vec{L} \cdot \vec{r} = \vec{r} \cdot \vec{L} = 0$  y entonces  $\int d\Omega X_{l'm}^* \cdot \vec{n} \times X_{l'm} = 0$  ;

b. la potencia *total* emitida por campos multipolares eléctricos y magnéticos no tiene términos de interferencia entre los mismos.

---

3.

Plexiglas o Lucite (polimetilmetacrilato) tiene índice de refracción 1,5 en el espectro visible.

a. Calcule el ángulo de emisión de radiación Cherenkov visible para electrones y protones en función de su energía cinética expresada en MeV ( $m_e \approx 0.5 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_p \approx 10^3 \text{ MeV}/c^2$ ).

b. Determine el número de fotones Cherenkov emitidos por unidad de longitud y frecuencia

$$\frac{dN}{dx d\omega}$$

y cuántos fotones de longitud de onda entre 4000 y 6000 Å se emiten por cm de camino avanzado en Lucite por electrones de energía cinética 1 MeV y por protones de energía cinética 500 MeV.

Obs:  $e = 4,8 \times 10^{-10} \text{ statcoulombs}$ ;  $\hbar = 1,05 \times 10^{-27} \text{ erg s}$